Concursul Interjudeţean de Matematică "Gr. Moisil", ediţia a XXV-a, Zalău, 2010

Enunţ. [clasa a VI-a]
Să se determine produsul $P = a \cdot b \cdot c \cdot d$, unde a, b, c, respectiv d sunt patru numere prime, astfel încât $a < b < c < d$, $a + b + c + d = 77$, iar $4b + c + 9d = 620$.

Soluţie.
Deoarece suma a patru numere prime este numărul impar 77, unul dintre termenii sumei trebuie să fie 2, adică

$$a = 2.$$

Se obţine

$$b + c + d = 75,$$

de unde, ţinând cont de ultima ipoteză a problemei,

$$4b + c + 9d = 620,$$

rezultă (prin adunarea celor două egalităţi)

$$5b + 2c + 10d = 695 \Leftrightarrow 5\left(b + 2d\right) + 2c = 5 \cdot 139.$$

Atunci $5|2c$, iar cum c este număr prim, rezultă

$$c = 5$$

şi

$$b + 2d = 137.$$

Deoarece $2 = a < b < c = 5$ şi b număr prim, se obţine

$$b = 3.$$

Rămâne

$$d = 67.$$

Atunci

$$P = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 67 = 2010.$$